

EXPERIMENTO 1

Péndulos Acoplados

1. Objetivos

Como generalización del estudio de las oscilaciones longitudinales de dos masas acopladas por un resorte (visto en Física III), realizaremos el estudio teórico-experimental de dos péndulos acoplados por un resorte (Fig. 1), a través de diseñar un sistema de monitoreo y registro de las dos masas.

2. Bases Teóricas

Este sistema, por poseer dos grados de libertad, presentará dos modos de oscilación (ψ_1 y ψ_2), los que (junto con sus frecuencias w_1 y w_2) podrán ser determinados en base a un análisis intuitivo teniendo en cuenta que:

$w^2 = \text{fuerza restitutiva por unidad de desplazamiento y por unidad de masa.}$

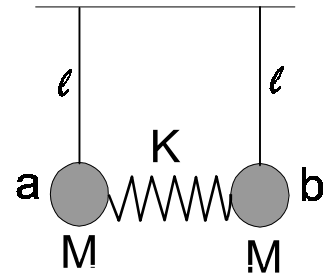


Figura 1

Como ya sabemos, el movimiento de las masas a y b vendrá dado por sus desplazamientos, $\psi_a(t)$ y $\psi_b(t)$, en la forma

$$\psi_a = \psi_1 + \psi_2 ; \quad \psi_b = \psi_1 - \psi_2$$

Ahora bien, en base al significado de w^2 , podemos intuitivamente visualizar que uno de los modos será:

$$\text{Modo 1: } w_1^2 = \frac{g}{\ell} ; \quad \psi_a = \psi_b$$

y que el segundo modo vendrá dado por:

$$\text{Modo 2: } w_2^2 = \frac{g}{\ell} + \frac{2K}{M} ; \quad \psi_a = -\psi_b$$

Por lo tanto, si soltamos inicialmente los péndulos en fase, de tal modo que:

$$\psi_a(0) = 2A; \quad \psi_b(0) = 0; \quad \dot{\psi}_a(0) = 0; \quad \dot{\psi}_b(0) = 0$$

entonces tenemos:

$$\begin{aligned} \psi_a(t) &= A \cos w_1 t + A \cos w_2 t \\ \psi_b(t) &= A \cos w_1 t - A \cos w_2 t \end{aligned}$$

Pongamos ahora:

$$\begin{aligned} w_1 &= \bar{w} + w_{\text{mod}} \\ w_2 &= \bar{w} - w_{\text{mod}} \end{aligned}$$

$$\left(\bar{w} = \frac{1}{2}(w_1 + w_2); w_{\text{mod}} = \frac{1}{2}(w_1 - w_2) \right)$$

Entonces, fácilmente obtenemos:

$$\psi_a(t) = A_{\text{mod}}(t) \cos(\bar{w}t) \quad (1)$$

$$\psi_b(t) = B_{\text{mod}}(t) \sin(\bar{w}t) \quad (2)$$

donde:

$$A_{\text{mod}}(t) = 2A \cos(w_{\text{mod}}t)$$

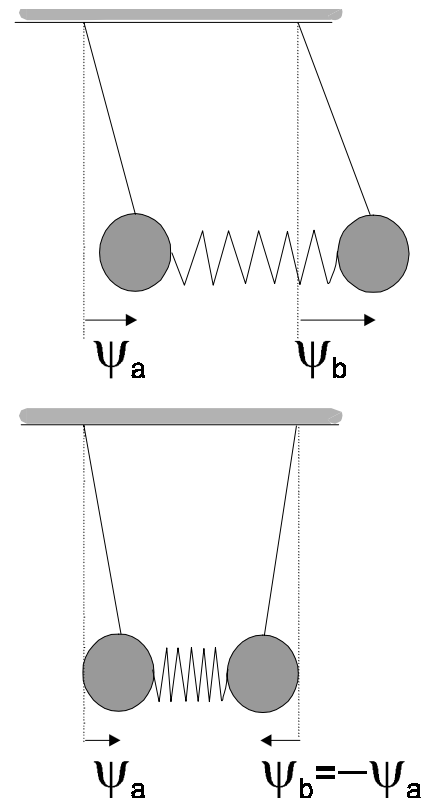


Figura 2 y 3

$$B_{\text{mod}}(t) = 2A \sin(w_{\text{mod}}t)$$

Este comportamiento está esquemáticamente representado en la Fig. 4 y evidencia la aparición de batido entre ambos modos.

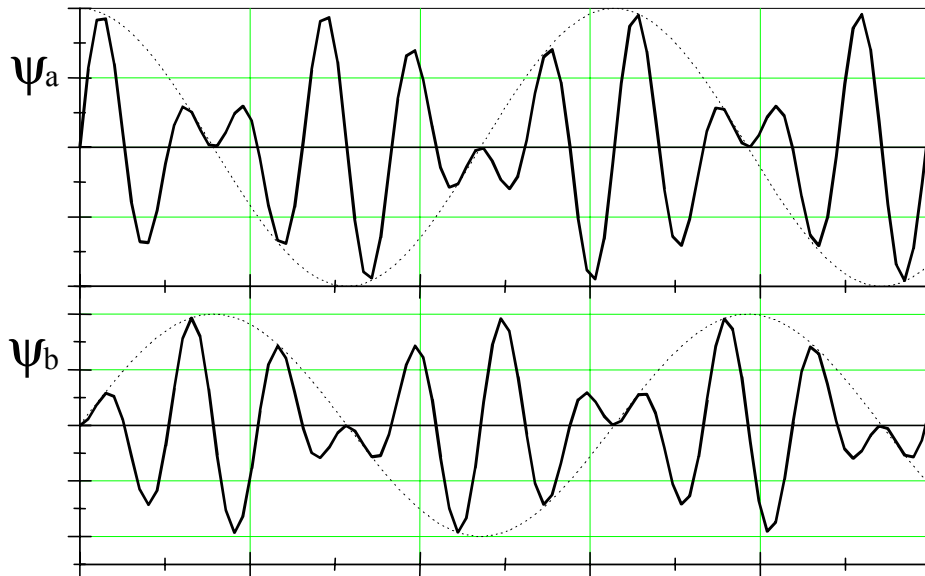


Figura 4

El comportamiento del sistema real podrá ser estudiado en forma experimental si logramos monitorear en forma continua el movimiento de ambos péndulos utilizando, por ejemplo, sensores de movimiento. Uno de los objetivos es el de desarrollar el método experimental para realizar dicho monitoreo.

3. Procedimiento

- (i) Montar el sistema de péndulos acoplados cuidando que w_1 y w_2 resulten lo más parecidos posible.
- (ii) Iniciar el movimiento del sistema de acuerdo con las condiciones establecidas en el punto 2, cuidando de cumplir con la condición de pequeñas oscilaciones.
- (iii) Describir cualitativamente lo que se observa. En especial: ¿qué pasa con la energía de cada masa?
- (iv) Montar el sistema de monitoreo del movimiento de los péndulos. ¿Cómo se pueden registrar $\psi_a(t)$ y $\psi_b(t)$? ¿Cómo se pueden medir las frecuencias relevantes del sistema? (Se supone que esto ya se ha resuelto previamente).
- (v) Realizar los correspondientes registros y mediciones.
- (vi) Tomando en cuenta que la amplitud de oscilación puede ser considerada constante sobre un ciclo rápido, y despreciando la energía almacenada en el resorte (pues éste es muy débil), obtener la energía de cada masa en función de la frecuencia de batido $w_1 - w_2$, explicar la transferencia de energía observada entre los dos péndulos y verificar que la energía total del sistema se mantiene constante en todo el proceso.